

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
Đáp án đề thi số: 01	

Ngày thi:

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
Câu I 4.0 đ	1	$\det A = 3 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$ $A_{11} = 2 \quad A_{21} = 1 \quad A_{31} = -1$ $A_{12} = 4 \quad A_{22} = -1 \quad A_{32} = -2$ $A_{13} = -1 \quad A_{23} = 1 \quad A_{33} = -1$ $\text{Mt nghịch đảo } A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$ 0.25 0.25*3 0.5
	2	$X = 2(A^{-1})^2 \Leftrightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix}$ 0.5*2
	3	Tính $A - I$, $\det(A - I) = 0 \Rightarrow 1$ là giá trị riêng của A . Gọi $u = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ là véc tơ riêng của A ứng với giá trị riêng 1. Khi đó $(A - I)u = \theta$. $A - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{cases} x - y - 3z = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ z = 0 \end{cases}$. Vậy $u = \begin{bmatrix} x & x & 0 \end{bmatrix}^T, x \neq 0$. 0.25 0.25 0.25 0.25

Câu II 3.5 đ	1	$H = \{(x; y; z; t) y = 2t\} = \{(x; 2t; z; t) x, t, z \in \mathbb{R}\}$ $= \{x(1; 0; 0; 0) + t(0; 2; 0; 1) + z(0; 0; 1; 0) x, t, z \in \mathbb{R}\}$ $= \text{Span}\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 2; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$. Suy ra H là kgvt con của \mathbb{R}^4 . 0.25 0.25 0.25 0.25
	2	*Ta có $\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 2; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$ là hệ sinh của H . CM $\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 2; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$ đltt. $\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 2; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$ là cơ sở của H $\Rightarrow \dim(H) = 3$ 0.5 0.5 0.25 0.25
	3	Chứng minh $u \in H$. Ta có $u = -4u_1 + u_2 - u_3$. Tọa độ : $(-4; 1; -1)$ 0.5 0.5
	1	$\ker f = \{(x; y; z) f(x; y; z) = \theta\}$ $= \{(x; y; z) (-y + z; -x + z; x - y) = (0; 0; 0)\}$ $= \{(z; z; z) z \in \mathbb{R}\}$. 0.25 0.25 0.5
	2	$f(u_1) = (0; -1; 1); f(u_2) = (1; 0; 1); f(u_3) = (0; 0; 0)$ $f(u_1) = c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3 \Leftrightarrow c_1 = -1, c_2 = 2, c_3 = -1$ Tọa độ của $f(u_2)$ là $(0; 1; 0)$. Tọa độ của $f(u_3)$ là $(0; 0; 0)$. Ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. 0.5 0.25*3 0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	---

Đáp án đề thi số: 02

Ngày thi:

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
Câu I 4.0 đ	$\det A = 3 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	$A_{11} = 2 \quad A_{21} = 4 \quad A_{31} = -1$ $A_{12} = 1 \quad A_{22} = -1 \quad A_{32} = 1$ $A_{13} = -1 \quad A_{23} = -2 \quad A_{33} = -1$	0.25*3
	Mt nghịch đảo $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* =$	0.5
	$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$	
	$X = -2(A^{-1})^2 \Leftrightarrow X =$	0.5*2
	$\begin{bmatrix} -2 & -4 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$	
3	Tính $A - I$,	0.25
	$\det(A - I) = 0 \Rightarrow 1$ là giá trị riêng của A .	0.25
	Gọi $u = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ là véc tơ riêng của A ứng với giá trị riêng 1. Khi đó $(A - I)u = \theta$.	0.25
	$A - I = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	0.25*2
	$\begin{cases} -x - 3z = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6y \\ z = -2y \end{cases}$ Vậy $u = \begin{bmatrix} 6y & y & -2y \end{bmatrix}^T, y \neq 0$.	0.25

Câu II 3.5 đ	1	$H = \{(x; y; z; t) y = 3t\} = \{(x; 3t; z; t) x, t, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$= \{x(1; 0; 0; 0) + t(0; 3; 0; 1) + z(0; 0; 1; 0) x, t, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$= \text{Span}\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 3; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$	0.25
		Suy ra H là kgvt con của \mathbb{R}^4 .	0.25
	2	*Ta có $\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 3; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$ là hệ sinh của H .	0.5
		CM $\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 3; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$ đltt.	0.5
		$\{u_1 = (1; 0; 0; 0), u_2 = (0; 3; 0; 1), u_3 = (0; 0; 1; 0)\}$ là cơ sở của H	0.25
		$\Rightarrow \dim(H) = 3$	0.25
	3	Chứng minh $u \in H$.	0.5
		Ta có $u = -4u_1 + u_2 - u_3$. Tọa độ : $(-4; 1; -1)$	0.5
Câu III 2.5 đ	1	$\ker f = \{(x; y; z) f(x; y; z) = \theta\}$	0.25
		$= \{(x; y; z) (y - z; x - z; -x + y) = (0; 0; 0)\}$	0.25
		$= \{(z; z; z) z \in \mathbb{R}\}$.	0.5
	2	$f(u_1) = (-1; 0; -1); f(u_2) = (0; 1; -1); f(u_3) = (0; 0; 0)$ $f(u_1) = c_1u_1 + c_2u_2 + c_3u_3 \Leftrightarrow c_1 - 1, c_2 = 0, c_3 = 0$ Tọa độ của $f(u_2)$ là $(-2; 1; 1)$. Tọa độ của $f(u_3)$ là $(0; 0; 0)$.	0.5
		Mã trận $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.	0.25*3

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT Đề số: 03 Ngày thi:	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: đại số tuyến tính <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i> <i>Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu</i>
---	---

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án và tất	Điểm
I 2.5đ	1	Viết đúng B' được 0,25đ	0.25
		$AB' = \begin{bmatrix} 15 & -6 \\ -16 & 8 \\ m & -2 \end{bmatrix}$ 2 phần tử đúng đc 0.25đ;	0.75
	2	$\det(A) = -5m + 5$	0.5
		$A \text{ kn} \Leftrightarrow \det(A) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$	0.5
		Với $m \neq 1$ thì phần tử thuộc hàng 1 cột 2 của ma trận nghịch đảo của A là $\frac{1}{\det(A)}A_{21} = \frac{-\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & m \end{vmatrix}}{-5m+5} = \frac{2m}{-5m+5}$	0.5
II 1.5đ		$\bar{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$	0.25
		$\xrightarrow[h3+h1 \rightarrow h3]{h2+2h1 \rightarrow h2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -5 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	0.5
		$\xrightarrow{h3-h1 \rightarrow h3} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -5 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
		Nghiệm: $x = -3$ (0.25); $y = 3t + 5$; $z = t$; $t \in R$	0.5
III 2.5đ	1	$W \neq \Phi$	0.25
		$u + v; ku$	0.25
		CM $u + v \in W$	0.25
		CM $ku \in W$	0.25
	2	$u \in W \Rightarrow u = (2y + 3z - 4t; y; z; t)$	0.25
		$u = y(2; 1; 0; 0) + z(3; 0; 1; 0) + t(-4; 0; 0; 1)$	0.5

IV 2.5đ	1	hệ sinh $U = \{(2; 1; 0; 0), (3; 0; 1; 0), (-4; 0; 0; 1)\}$	0.25
		Chứng minh U độc lập tuyến tính, suy ra là cơ sở.	0.5
		$u = (x; y; z) \in Ker(f) \Leftrightarrow f(u) = \theta$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2z = 0 \\ 6y + 3x = 0 \end{cases}$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2z \\ y = -z \end{cases}$	0.25
	2	$u = (2z, -z, z)$	0.25
		$Ker(f) = \{u = (2z, -z, z) z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$f(e_1) = (1; 3), f(e_2) = (0; 6), f(e_3) = (-2; 0)$	0.5
		$(1; 3) = -\frac{1}{4}v_1 + \frac{3}{2}v_2$	0.25
		$(0; 6) = -\frac{3}{2}v_1 + 3v_2$	0.25
V 1.0đ		$(-2; 0) = -v_1 + 0v_2$	0.25
		Ma trận của $f: \begin{bmatrix} -1/4 & -3/2 & -1 \\ 3/2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
		Xét $l_1v_1 + l_2v_2 + l_3v_3 = \theta$	0.25
		$\Leftrightarrow (l_1 + l_2)u_1 + (-l_1 + l_2 + 3l_3)u_2 + (-l_2 + l_3)u_3 = \theta$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} l_1 + l_2 = 0 \\ -l_1 + l_2 + 3l_3 = 0 \\ -l_2 + l_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow l_1 = l_2 = l_3 = 0$	0.5
		hệ S độc lập tuyến tính.	
		mà $\dim V = 3$ Vậy hệ vec tơ S là một cơ sở của V .	0.25

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT Đề số: 04 Ngày thi:	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: đại số tuyến tính <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i> Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu
---	---

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án và tất	Điểm
I 2.5đ	1	Viết đúng A' được 0,25đ	0.25
		$BA' = \begin{bmatrix} 17 & -22 & -3m \\ 2 & -4 & -6 \end{bmatrix}$ 2 phần tử đúng đc 0.25đ;	0.75
	2	$\det(A) = m + 11$	0.5
		$A \text{ kn} \Leftrightarrow \det(A) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -11$	0.5
		Với $m \neq -11$ thì phần tử thuộc hàng 2 cột 1 của ma trận nghịch đảo của A là $\frac{1}{\det(A)} A_{12} = \frac{-\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ m & 4 \end{vmatrix}}{-5m + 5} = \frac{-m}{m + 11}$	0.5
II 1.5đ		$\overline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 9 & 1 & -11 \end{bmatrix}$	0.25
		$\xrightarrow[h3+h1 \rightarrow h3]{h2-3h1 \rightarrow h2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 10 & -3 & -8 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & -8 \end{bmatrix}$	0.5
		$\xrightarrow{h3-h2 \rightarrow h3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 10 & -3 & -8 \\ 0 & 0 & -5 & 5 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
III 2.5đ	1	Nghiệm: $x = -5 - 4t$ (0.25); $y = 7t + 8$; $z = t$; $t \in R$	0.5
		$S \neq \Phi$	0.25
		$u + v; ku$	0.25
		CM $u + v \in S$	0.25
	2	CM $ku \in S$	0.25
		$u \in W \Rightarrow u = (x; 3x - 2z + 5t; z; t)$	0.25
		$u = x(1; 3; 0; 0) + z(0; -2; 1; 0) + t(0; 5; 0; 1)$	0.5

IV 2.5đ	1	hệ sinh $U = \{(1; 3; 0; 0), (0; -2; 1; 0), (0; 5; 0; 1)\}$	0.25
		Chứng minh U độc lập tuyến tính, suy ra là cơ sở	0.5
		$u = (x; y; z) \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow f(u) = \theta$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} z - 2x = 0 \\ 2y + 4z = 0 \end{cases}$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2x \\ y = -4x \end{cases}$	0.25
	2	$u = (x; -4x; 2x)$	0.25
		$\text{Ker}(f) = \{u = (x; -4x; 2x) \mid x \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$f(e_1) = (-2; 0), f(e_2) = (0; 2), f(e_3) = (1; 4)$	0.5
		$(-2; 0) = -v_1 + 0v_2$	0.25
		$(0; 2) = -\frac{1}{2}v_1 + v_2$	0.25
V 1.0đ		$(-2; 0) = -\frac{1}{2}v_1 + 2v_2$	0.25
		Ma trận của $f : \begin{bmatrix} -1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	0.25
		Xét $l_1v_1 + l_2v_2 + l_3v_3 = \theta$	0.25
		$\Leftrightarrow (-l_2 + 3l_3)u_1 + (l_1 + l_2 + l_3)u_2 + (-l_1 + l_2 + l_3)u_3 = \theta$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} -l_2 + 3l_3 = 0 \\ l_1 + l_2 + l_3 = 0 \\ -l_1 + l_2 + l_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow l_1 = l_2 = l_3 = 0$	0.5
		hệ S độc lập tuyến tính	0.25
		mà $\dim V = 3$	
		Vậy hệ vec tơ S là một cơ sở của V	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 05
---	---

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0đ	a	$X = \frac{1}{2}(B - A^2); A^2 = \begin{bmatrix} 13 & 12 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$	0.5 0.5
		$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} -11/2 & -4 \\ 3/2 & 0 \end{bmatrix}$	0.5
	b	$\det(A - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 4 - \lambda & 3 \\ -1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = 3 \end{cases}$	0.25 0.25
		Nếu $\lambda_1 = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \theta \Leftrightarrow x + y = 0 \Leftrightarrow x = -y$	0.25
		Véc tơ riêng $v_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} (y \neq 0)$	0.25
		Nếu $\lambda_2 = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \theta \Leftrightarrow x + 3y = 0 \Leftrightarrow x = -3y$	0.25
Véc tơ riêng $v_2 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} (y \neq 0)$	0.25		
II 2.0đ	a	$A^{bs} = \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & m & 1 \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -7 & -6 & 1 \\ 0 & 4 & -6 & -2-m & 1 \end{array} \right]$	0.25 0.25
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -7 & -6 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & m-4 & 0 \end{array} \right]$	0.25
		Do $r(A) = r(A^{bs}) = 3 < 4 \forall m \Rightarrow$ Hệ có nghiệm với mọi m	0.25
	b	Với $m = 1$ hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 2z - t = 1 \\ 4y - 7z - 6t = 1 \\ -z - 3t = 0 \end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5t/4 + 3/4 \\ y = -15t/4 + 1/4 \\ z = -3t; t \in R \end{cases}$	0.5

III 2.0đ	a	Chứng minh U đltt: g/s $\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 = \theta$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 - 2\lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_1 + 2\lambda_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$	0.25 0.25
		Do $\dim R^3 = 3 =$ số véc tơ của họ U nên U là cơ sở của R^3	0.25
	b	$gs: (1, 0, 0) = au_1 + bu_2 + cu_3 \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2c = 1 \\ 2a + 3b + c = 0 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases}$	0.25
		$\Rightarrow a = -1; b = 1; c = -1$	0.25
		Tương tự $(0, 1, 0) = du_1 + eu_2 + fu_3 \Rightarrow d = -2; e = 2; f = -1$	0.25
		$(0, 0, 1) = mu_1 + nu_2 + pu_3 \Rightarrow m = 3; n = -2, 5; p = 1, 5$	0.25
IV 3.0đ	a	Viết đúng $u + v, ku$	0.25
		Chứng minh đúng $f(u + v) = f(u) + f(v)$	0.5
		$f(ku) = kf(u)$	0.25
	b	$u = (x, y, z, t) \in \text{Ker} f \Leftrightarrow f(u) = \theta$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y + 2z = 0 \\ x - y - t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2z \\ x = -2z + t \end{cases}$	0.25 0.25
		Vậy $\text{Ker} f = \left\{ u = (x, y, z, t) \mid \begin{cases} y = -2z \\ x = -2z + t \end{cases} \right\}$	0.25
		$u \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow u = (-2z + t, -2z, z, t)$ $= (-2z, -2z, z, 0) + (t, 0, 0, t)$ $= z(-2, -2, 1, 0) + t(1, 0, 0, 1)$	0.25
		Vậy $\{u_1 = (-2, -2, 1, 0); u_2 = (1, 0, 0, 1)\}$ là hệ sinh của $\text{Ker}(f)$	0.25
		Hai véc tơ $\{u_1; u_2\}$ không tỷ lệ nên độc lập tuyến tính	0.25
		Vậy $\{u_1; u_2\}$ là cơ sở của $\text{Ker}(f)$ và $\dim(\text{Ker} f) = 2$	0.25
		$\dim(\text{Im } f) = \dim(R^4) - \dim(\text{Ker} f) = 4 - 2 = 2 \Rightarrow r(f) = 2$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 06
--	---

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.0đ	a	$X = \frac{1}{2}(B - A^2); A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$	0.5 0.5
		$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} -1/2 & -9/2 \\ -3/2 & -1 \end{bmatrix}$	0.5
	b	$\det(A - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -\lambda & 3 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = -1 \\ \lambda_2 = 3 \end{cases}$	0.25 0.25
		Nếu $\lambda_1 = -1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \theta \Leftrightarrow x + 3y = 0 \Leftrightarrow x = -3y$	0.25
		Véc tơ riêng $v_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} (y \neq 0)$	0.25
		Nếu $\lambda_2 = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \theta \Leftrightarrow x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$	0.25
II 2.0đ	a	Véc tơ riêng $v_2 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} (y \neq 0)$	0.25
		$A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & m & 4 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -7 & 4 & -6 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & -2-m & 0 \end{bmatrix}$	0.25 0.25
		$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -7 & 4 & -6 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & m-4 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
	b	Ta thấy $r(A) = r(A^{bs}) = 3 < 4 \forall m$ Hệ luôn có nghiệm với mọi m	0.25
		Với $m = 3$ hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z - t = 2 \\ -7y + 4z - 6t = 1 \\ z - t = 1 \end{cases}$	0.5

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4t/7 + 13/7 \\ y = -2t/7 + 3/7 \\ z = t + 1; t \in R \end{cases}$	0.5
III 2.0	a	<p>Chứng minh U đlitt: $g/s \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 = \theta$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} -\lambda_1 + 2\lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_1 + 3\lambda_2 = 0 \\ 2\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$ <p>Do $\dim R^3 = 3 = \text{số vec tơ của hệ } U$ nên U là cơ sở của R^3</p>	0.25 0.25 0.25
	b	$gs: (1, 0, 0) = au_1 + bu_2 + cu_3 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2c = 1 \\ 2a + 3b = 0 \\ 2a + 2b + 2c = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow a = 3; b = -2; c = -1$	0.25 0.25
		$(0, 1, 0) = du_1 + eu_2 + fu_3 \Rightarrow d = 2; e = -1; f = -1$	0.25
		$(0, 0, 1) = mu_1 + nu_2 + pu_3 \Rightarrow m = -3; n = 2; p = 1, 5$	0.25
		Ma trận chuyển cơ sở : $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 1,5 \end{bmatrix}$	0.25
IV 3.0đ	a	Viết đúng $u + v, ku$	0.25
		Chứng minh đúng $f(u + v) = f(u) + f(v)$	0.5
		$f(ku) = kf(u)$	0.25
	b	$u = (x, y, z, t) \in \text{Ker} f \Leftrightarrow f(u) = \theta$ $\Leftrightarrow x - y - z = 0; y + 3t = 0$ $\Leftrightarrow x = -3t + z; y = -3t$	0.25 0.25
		Vậy $\text{Ker} f = \left\{ u = (x, y, z, t) \mid \begin{cases} y = -3t \\ x = z - 3t \end{cases} \right\}$	0.25
		$u \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow u = (z - 3t, -3t, z, t)$ $= (z, 0, z, 0) + (-3t, -3t, 0, t)$ $= z(1, 0, 1, 0) + t(-3, -3, 0, 1)$ Vậy $\{u_1 = (1, 0, 1, 0); u_2 = (-3, -3, 0, 1)\}$ là hệ sinh của $\text{Ker} f$	0.25 0.25
		Hai véc tơ $u_1; u_2$ không tỷ lệ nên họ $\{u_1; u_2\}$ đlitt. Vậy $\{u_1; u_2\}$ là cơ sở của $\text{Ker} f$ và $\dim(\text{Ker} f) = 2$ $\dim(\text{Im } f) = \dim(R^4) - \dim(\text{Ker} f) = 4 - 2 = 2 \Rightarrow r(f) = 2$	0.25 0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 07
---	--

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2,0đ	<p>1 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -m \end{bmatrix} \Rightarrow A.B = \begin{bmatrix} 1-m \\ -10-3m \\ 8+2m \end{bmatrix}$ (đúng 2 phần tử được 0,25)</p> <p>2 Ta có $\det A = 7 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$ (0,25đ) $A_{11} = 1; A_{12} = 9; A_{13} = 6;$ Các phần phụ đại số: $A_{21} = 1; A_{22} = -5; A_{23} = -1;$ (0,75) $A_{31} = 2; A_{32} = -3; A_{33} = -2$ $\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^* = \dots = \begin{bmatrix} 1/7 & 1/7 & 2/7 \\ 9/7 & -5/7 & -3/7 \\ 6/7 & -1/7 & -2/7 \end{bmatrix}$ (0,5)</p>	0,5 1,5
II 1,5đ	<p>Xét ma trận bổ sung: $A = \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 3 & -4 & 3 & -5 \\ 3 & 5 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & -7 & 6 & -5 & 7 \end{array} \right]$ (0,25) $\xrightarrow{\begin{smallmatrix} -3h1+h2 \\ 3h1+h3 \end{smallmatrix}} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 3 & -4 & 3 & -5 \\ 0 & -4 & 12 & -8 & 16 \\ 0 & 2 & -6 & 4 & -8 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \frac{1}{4}h2 \\ \frac{1}{2}h2+2h3 \end{smallmatrix}} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 3 & -4 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$ (0,25*2) (0,25) Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y-4z+3t = -5 \\ -y+3z-2t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5z+3t+7 \\ y = 3z-2t-4 \\ z, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ (0,5) (Đúng mỗi x, y trong nghiệm được 0,25)</p>	1,5
	<p>1 Xét $k_1v_1 + k_2v_2 + k_3v_3 = \theta$ (0,25) $\Leftrightarrow (k_1 + 2k_2 + 2k_3; -k_1 - k_2 - k_3; -2k_1 - 3k_3; k_1 + 2k_2) = (0; 0; 0; 0)$</p>	1,0

III 2,0đ	<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 + 2k_2 + 2k_3 = 0 \\ -k_1 - k_2 - k_3 = 0 \\ -2k_1 - 3k_3 = 0 \\ k_1 + 2k_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k_1 = k_2 = k_3 = 0$ (0,25) $\Rightarrow U$ đltt (0,25) (sv viết luôn ra nghiệm vẫn cho đủ điểm)</p> <p>2 Giả sử $v = x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3$ (0,25) $\Leftrightarrow (4; -3; -16; -4) = (x_1 + 2x_2 + 2x_3; -x_1 - x_2 - x_3; -2x_1 - 3x_3; x_1 + 2x_2)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ -2x_1 - 3x_3 = -16 \\ x_1 + 2x_2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \\ x_3 = 4 \end{cases}$ (0,25) $\Rightarrow v = 2v_1 - 3v_2 + 4v_3 \Rightarrow v$ là tổ hợp tt... (0,25)</p>	1,0
IV 1,5đ	<p>Đk: $2x - 5y - z = 0 \Leftrightarrow z = 2x - 5y$ (0,25) $\Rightarrow W = \{u = (x; y; 2x - 5y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$ $\Rightarrow W = \{u = x(1; 0; 2) + y(0; 1; -5) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$ (0,25) $\Rightarrow W = \text{span}\{u_1 = (1; 0; 2), u_2 = (0; 1; -5)\}$ $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là hệ sinh (0,25). C/m $\{u_1, u_2\}$ đltt (0,25) $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là cơ sở của W (0,25). $\Rightarrow \dim W = 2$ (0,25)</p>	1,5
V 3,0đ	<p>1 G/s $u = (x_1; y_1; z_1) \in V, u' = (x_2; y_2; z_2) \in V, k \in \mathbb{R}$ $u + u' = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2); ku = (kx_1; ky_1; kz_1)$ (0,25) C/m $f(u + u') = f(u) + f(u')$ (0,5); c/m $f(ku) = k.f(u)$ và kết luận f là axtt (0,5)</p> <p>2 G/s $u = (x, y, z) \in \text{Ker}f \Leftrightarrow f(u) = \theta$ (0,25) $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow u = (a, -a, a)$ (0,25) $\Rightarrow \text{Ker}f = \{u = (a, -a, a) \mid a \in \mathbb{R}\}$ (0,25)</p> <p>3 Ta có $\begin{cases} f(1, 0, 0) = (1, 0, -1) = e_1 - e_3 \\ f(0, 1, 0) = (1, 1, 0) = e_1 + e_2 \\ f(0, 0, 1) = (0, 1, 1) = e_2 + e_3 \end{cases}$ (0,5) $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ là m.t của f trong csct (0,5)</p>	1,25 0,75 1,0

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 08
---	--

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2,0đ	1	Ta có $BA = \begin{bmatrix} -7 & 2m+5 & m-6 \end{bmatrix}$ (đúng 2 phần tử được 0,25)	0,5
	2	Ta có $\det A = -8 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$ (0,25đ) $A_{11} = -5; A_{12} = -3; A_{13} = 6;$ Các phần phụ đại số: $A_{21} = 2; A_{22} = -2; A_{23} = -4;$ (0,75) $A_{31} = 1; A_{32} = -1; A_{33} = 2$ $\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^* = \dots = \begin{bmatrix} 5/8 & -1/4 & -1/8 \\ 3/8 & 1/4 & 1/8 \\ -3/4 & 1/2 & -1/4 \end{bmatrix}$ (0,5)	1,5
II 1,5đ		Xét ma trận bổ sung: $A = \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & 6 & -5 & 3 \\ 3 & 5 & 8 & 1 & 1 \\ -3 & -7 & 2 & -17 & 7 \end{array} \right]$ (0,25) $\xrightarrow{\begin{smallmatrix} -3h1+h2 \\ 3h1+h3 \end{smallmatrix}} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & 6 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & -10 & 16 & -8 \\ 0 & -4 & 20 & -32 & 16 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \frac{1}{2}h2 \\ 2h2+h3 \end{smallmatrix}} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & 6 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -5 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> (0,25*2) (0,25) </div> Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 6z - 5t = 3 \\ y - 5z + 8t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11z + 13t + 7 \\ y = 5z - 8t - 4 \end{cases}$ (0,5) (Đúng mỗi x, y trong nghiệm được 0,25)	1,5
III 2,0đ	1	Xét $k_1v_1 + k_2v_2 + k_3v_3 = \theta$ (0,25) $\Leftrightarrow (k_1 - 2k_2 - 3k_3; -k_1 + k_2 + k_3; -2k_1 + 2k_3; k_1 - 2k_2) = (0; 0; 0; 0)$	1,0

		$\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 - 2k_2 - 3k_3 = 0 \\ -k_1 + k_2 + k_3 = 0 \\ -2k_1 + 2k_3 = 0 \\ k_1 - 2k_2 = 0 \end{cases} \quad (\mathbf{0,25}) \Leftrightarrow k_1 = k_2 = k_3 = 0 \quad (\mathbf{0,25})$ $\Rightarrow U$ đltt (0,25) (sv viết luôn ra nghiệm vẫn cho đủ điểm)	
	2	Giả sử $v = x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3$ (0,25) $\Leftrightarrow (-2; 3; 0; -8) = (x_1 - 2x_2 - 3x_3; -x_1 + x_2 + x_3; -2x_1 + 2x_3; x_1 - 2x_2)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -2x_1 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 = -8 \end{cases} \quad (\mathbf{0,25}) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = -2 \end{cases}$ $\Rightarrow v = -2v_1 + 3v_2 - 2v_3 \Rightarrow v$ là tổ hợp tt...(0,25)	1,0
IV 1,5đ		Đk: $3x + y - 4z = 0 \Leftrightarrow y = -3x + 4z$ (0,25) $\Rightarrow W = \{u = (x; -3x + 4z; z) \mid x, z \in \mathbb{R}\}$ $\Rightarrow W = \{u = x(1; -3; 0) + z(0; 4; 1) \mid x, z \in \mathbb{R}\}$ (0,25) $\Rightarrow W = \text{span}\{u_1 = (1, -3, 0), u_2 = (0; 4; 1)\}$ $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là hệ sinh (0,25). C/m $\{u_1, u_2\}$ đltt (0,25) $\Rightarrow \{u_1, u_2\}$ là cơ sở của W (0,25). $\Rightarrow \dim W = 2$ (0,25)	1,5
V 3.0đ	1	G/s $u = (x_1; y_1; z_1) \in V, u' = (x_2; y_2; z_2) \in V, k \in \mathbb{R}$ $u + u' = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2); ku = (kx_1; ky_1; kz_1)$ (0,25) C/m $f(u + u') = f(u) + f(u')$ (0,5); c/m $f(ku) = k.f(u)$ và kết luận f là axtt (0,5)	1,25
	2	G/s $u = (x, y, z) \in \text{Ker}f \Leftrightarrow f(u) = \theta$ (0,25) $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow u = (a, a, -a)$ (0,25) $\Rightarrow \text{Ker}f = \{u = (a, a, -a) \mid a \in \mathbb{R}\}$ (0,25)	0,75
	3	Ta có $\begin{cases} f(e_1) = f(1, 0, 0) = (1, 0, 1) = e_1 + e_3 \\ f(e_2) = f(0, 1, 0) = (-1, 1, 0) = -e_1 + e_2 \quad (\mathbf{0,5}) \\ f(e_3) = f(0, 0, 1) = (0, 1, 1) = e_2 + e_3 \end{cases}$ $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ là m.t của f trong csct (0,5)	1,0

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần : Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 09
---	---

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.5đ	1	$\det(A) = 3 - a$
		A khả nghịch khi và chỉ khi $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 3$
		$\det(A' A^{-1}) = \det(A) \cdot \det(A^{-1}) = 1$
	2	$\det(A) = 2$
		$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -7 \quad A_{21} = \dots = -1 \quad A_{31} = \dots = 5$
		$A_{12} = \dots = 3 \quad A_{22} = \dots = -1 \quad A_{32} = \dots = -1$
		$A_{13} = \dots = 1 \quad A_{23} = \dots = 1 \quad A_{33} = \dots = -1$
II 1.5đ		$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 8 & 1 & m & 5 \end{bmatrix}$
		$\xrightarrow[4h2-h3]{2h1-h2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & -7 & -3 \\ 0 & -5 & 12-m & -1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 5-m & -4 \end{bmatrix}$
		Hệ có nghiệm khi $m \neq 5$
III 3.0đ		Cách 1: $V \neq \emptyset$ do $(0;0;0) \in V$
		G/s $u = (x_1; y_1; z_1) \in V, v = (x_2; y_2; z_2) \in V, k \in \mathbb{R}$
		$u + v = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2); ku = (kx_1; ky_1; kz_1)$
		Viết đúng điều kiện $u, v \in V$

	1	CM: $u + v \in V$	0.25
		CM: $ku \in V$	0.25
		Cách 2: G/s $v = (x; y; z) \in V \Rightarrow z = 3x + 3y$	0.25
		$V = \{v = (x; y; 3x + 3y) x, y \in \mathbb{R}\}$	
		$V = \{v = x(1; 0; 3) + y(0; 1; 3) x, y \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$V = \text{span}\{v_1 = (1; 0; 3), v_2 = (0; 1; 3)\}$	0.25
		Vậy V là kgvt con của \mathbb{R}^3 .	0.25
		$S = \{v_1 = (1; 0; 3), v_2 = (0; 1; 3)\}$ là hệ sinh của V .	0.5
	2	Chứng minh S đltt. Suy ra S là cơ sở của V .	0.25
		$\dim(V) = 2$	0.25
		$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 3 & 1 & 6 \\ 4 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 27 \neq 0$. Suy ra S đltt.	0.5
		Mặt khác $\dim(\mathbb{R}^3) = 3 = \text{số véc tơ của } S$.	0.25
		Vậy S là cơ sở của \mathbb{R}^3	0.25
IV 3.0đ	1	$\text{Ker } f = \{(x; y; z) (2x - y; 2y - z) = (0; 0)\}$	0.25
		$= \{(x; 2x; 4x) x \in \mathbb{R}\} = \{x(1; 2; 4) x \in \mathbb{R}\}$	0.5
		Ta có $\dim(\ker f) = 1$	0.25
		$\dim(\ker f) + \dim(\text{Im } f) = \dim(\mathbb{R}^3)$	0.25
		Suy ra $\dim(\text{Im } f) = 3 - 1 = 2$	0.25
	2	Cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 là $S = \{e_1 = (1; 0; 0), e_2 = (0; 1; 0), e_3 = (0; 0; 1)\}$ $f(e_1) = (2; 0), f(e_2) = (-1; 2), f(e_3) = (0; -1)$	0.25* 3
		$f(e_1) = 2u_1 + 0.u_2, f(e_2) = -2u_1 + u_2, f(e_3) = \frac{1}{2}u_1 - \frac{1}{2}u_2$	0.5
		Mã trận của axtt $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$	2
			0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần : Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 10
---	--

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt		Điểm
I 2.5đ	1	$\det(A) = a - 5$	0.5
		A khả nghịch khi và chỉ khi $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 5$	0.25
		$\det(2AA^{-1}) = 8\det(A).\det(A^{-1}) = 8$	0.25
	2	$\det(A) = -2$	0.25
		$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 11 \quad A_{21} = \dots = -1 \quad A_{31} = \dots = -6$ $A_{12} = \dots = 1 \quad A_{22} = \dots = -1 \quad A_{32} = \dots = 0$ $A_{13} = \dots = -5 \quad A_{23} = \dots = 1 \quad A_{33} = \dots = 2$	0.75
		$= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 11 & -1 & -6 \\ 1 & -1 & 0 \\ -5 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{11}{2} & \frac{1}{2} & 3 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$	0.25* 2
II 1.5đ		$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & -1 \\ 7 & 4 & m & 8 \end{bmatrix}$	0.25
		$\xrightarrow{\substack{3h1-h2 \\ 7h1-h3}} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -6 & -5 & 4 \\ 0 & -18 & -7-m & -1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -6 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & m-8 & 13 \end{bmatrix}$	0.5 0.25
		Hệ có nghiệm khi $m \neq 8$	0.5
III 3.0đ		Cách 1: $V \neq \emptyset$ do $(0;0;0) \in V$	0.25
		G/s $u = (x_1; y_1; z_1) \in V, v = (x_2; y_2; z_2) \in V, k \in \mathbb{R}$ $u + v = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2); ku = (kx_1; ky_1; kz_1)$ Viết đúng điều kiện $u, v \in V$	0.25

	1	CM: $u + v \in V$	0.25
		CM: $ku \in V$	0.25
		Cách 2: G/s $v = (x; y; z) \in V \Rightarrow x = -4y + 3z$ $V = \{v = (-4y + 3z; y; z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$V = \{v = y(-4; 1; 0) + z(3; 0; 1) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$V = \text{span}\{v_1 = (-4; 1; 0), v_2 = (3; 0; 1)\}$	0.25
		Vậy V là kgvt con của \mathbb{R}^3 .	0.25
		$S = \{v_1 = (-4; 1; 0), v_2 = (3; 0; 1)\}$ là hệ sinh của V .	0.5
		Chứng minh S đltt. Suy ra S là cơ sở của V .	0.25
		$\dim(V) = 2$	0.25
	2	$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & -1 \\ 3 & 6 & 0 \end{vmatrix} = -12 \neq 0$. Suy ra S đltt.	0.5
		Mặt khác $\dim(\mathbb{R}^3) = 3 = \text{số véc tơ của } S$.	0.25
		Vậy S là cơ sở của \mathbb{R}^3	0.25
IV 3.0đ	1	$\text{Ker } f = \{(x; y; z) \mid (x + y + z; y - z) = (0; 0)\}$	0.25
		$= \{(-2z; z; z) \mid z \in \mathbb{R}\} = \{z(-2; 1; 1) \mid z \in \mathbb{R}\}$	0.5
		Ta có $\dim(\ker f) = 1$	0.25
		$\dim(\ker f) + \dim(\text{Im } f) = \dim(\mathbb{R}^3)$	0.25
		Suy ra $\dim(\text{Im } f) = 3 - 1 = 2$	0.25
	2	Cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 là $S = \{e_1 = (1; 0; 0), e_2 = (0; 1; 0), e_3 = (0; 0; 1)\}$ $f(e_1) = (1; 0), f(e_2) = (1; 1), f(e_3) = (1; -1)$	0.25*
		$f(e_1) = 0.u_1 + \frac{1}{2}u_2, f(e_2) = 1.u_1 + 0.u_2, f(e_3) = -u_1 + u_2$	0.5
		Ma trận của axtt $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề thi số: 11
---	--

Ngày thi:

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án văn tắt	Điểm m
I 2.5đ	1	$2A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & -2 & 4 \\ 0 & 2m & 2 \end{pmatrix}; A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 3+2m & 0 \\ m & 0 & 2m+1 \end{pmatrix}$	0.25 0.75
	2	Với $m=3$ thì $\det(A) = -9 \neq 0 \rightarrow A$ khả nghịch	0.25
		$A^* = \begin{pmatrix} -7 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$	1.0
		$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7/9 & 2/9 & -4/9 \\ 1/9 & -1/9 & 2/9 \\ -1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$	0.25
II 1.5đ	1	$A^{bs} = \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & -2 & -4 \\ 4 & 9 & 1 & 0 & 6 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{2h1-h2 \\ 3h1-h3}} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -5 & 4 & 14 \\ 0 & -1 & -5 & 4 & 14 \end{array} \right]$	0.5
		$\xrightarrow{h2-h3} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -5 & 4 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$	0.25
		Hệ có vô số nghiệm: x,y là ẩn cơ sở; z,t là ẩn tự do	0.25
	2	Nghiệm hệ $\begin{cases} x = 11z - 9t + 33 \\ y = -5z + 4t - 14 \\ z, t \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.5
III 1.5đ		$x = -2y + 3z$	0.25
		$u \in V, u = (-2y + 3z, y, z, t)$	0.25
		$= (-2y, y, 0, 0) + (3z, 0, z, 0) + (0, 0, 0, t)$	0.25
		$= y(-2, 1, 0, 0) + z(3, 0, 1, 0) + t(0, 0, 0, 1)$	0.25
		$V = \text{span}\{u_1 = (-2, 1, 0, 0); u_2 = (3, 0, 1, 0); u_3 = (0, 0, 0, 1)\}$	0.25

		Vậy V không gian véc tơ con của \mathbb{R}^4 , V sinh bởi hệ véc tơ $\{u_1; u_2; u_3\}$.	0.25
IV 1.5đ	1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -m \\ 2 & m & 1 \\ m & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(A) = m(1 + m^2)$	0.25 0.5
		Vì $\dim \mathbb{R}^3 = 3 = \text{số véc tơ}$, nên S là cơ sở của \mathbb{R}^3 khi họ S ĐLTT $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$	0.25
	2	Khi $m = 2 \Rightarrow S = \{(1, 1, -2); (2, 2, 1); (2, 0, 0)\}$ $u = a(1, 1, -2) + b(2, 2, 1) + c(2, 0, 0)$	0.25
		Tọa độ $(u)_S = \left(\frac{-9}{5}; \frac{-8}{5}; 4 \right)$	0.25
V 3.0đ	1	$u = (x, y, z) \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow f(u) = \theta$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = -3z; y = -z$	0.25 0.25
		$u = (-3z, -z, z) = z(-3, -1, 1)$	0.25
		$\text{Ker}(f) = \{u = z(-3, -1, 1), z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$\{u = (-3, -1, 1)\}$ đlitt do $u \neq \theta \Rightarrow \{u\}$ là c/s của $\text{Ker}(f)$ $\Rightarrow \dim \text{Ker}(f) = 1$	0.25
		$\dim(\text{Im}(f)) = \dim(\mathbb{R}^3) - \dim(\text{Ker}(f)) = 3 - 1 = 2$ $r(f) = \dim \text{Im } f = 2$	0.25
	2	$f(e_1) = (1, 0); f(e_2) = (-2, 1); f(e_3) = (1, 1)$ $\begin{cases} 2a_1 + 3b_1 = 1 \\ a_1 - 2b_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 2/7 \\ b_1 = 1/7 \end{cases}$	0.5 0.25
		Tương tự $\begin{cases} a_2 = -1/7 \\ b_2 = -4/7 \end{cases}; \begin{cases} a_3 = 5/7 \\ b_3 = -1/7 \end{cases}$	0.25 0.25
		Mã trận của f: $\begin{bmatrix} 2/7 & -1/7 & 5/7 \\ 1/7 & -4/7 & -1/7 \end{bmatrix}$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Đáp án đề thi số: 12
---	---

Ngày thi:

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu		Đáp án vắn tắt	Điểm m
I 2.5đ	1	$5A = \begin{bmatrix} 5 & 10 & -5 \\ 0 & -5 & 5m \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}; A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2m-2 \\ m & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	0.25 0.75
	2	Với $m = -2$ thì $\det(A) = -6 \neq 0 \rightarrow A$ khả nghịch	0.25
		$A^* = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -5 \\ -2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$	1.0
		$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 1/3 & 5/6 \\ 1/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/6 & -1/3 & 1/6 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.5đ	1	$A^{bs} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 6 \\ 3 & -8 & -2 & 4 & 15 \\ 1 & -2 & -4 & 6 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[h1-h3]{3h1-h2} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & -1 & 5 & -7 & 3 \\ 0 & -1 & 5 & -7 & 3 \end{bmatrix}$	0.5
		$\xrightarrow{h2-h3} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & -1 & 5 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
		Hệ có vô số nghiệm: x,y là ẩn cơ sở; z,t là ẩn tự do	0.25
III 1.5đ	2	Nghiệm hệ $\begin{cases} x = 14z - 20t - 3 \\ y = 5z - 7t - 3 \\ z, t \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.5
		$y = 2x - 3t$	0.25
IV 1.5đ	1	$A = \begin{bmatrix} 2 & m & 2 \\ 1 & 2 & -m \\ 0 & m & 0 \end{bmatrix}$ $\det(A) = 2m(m+1)$	0.25 0.5
	2	Vì $\dim \mathbb{R}^3 = 3 = \text{số vectơ}$, nên S là cơ sở của \mathbb{R}^3 khi họ S ĐLTT $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0; m \neq -1$	0.25
		Khi $m = 2 \Rightarrow S = \{(2, 2, 2); (1, 2, -2); (0, 2, 0)\}$	0.25
		$u = a(2, 2, 2) + b(1, 2, -2) + c(0, 2, 0)$	
		Tọa độ $(u)_S = \left(\frac{-2}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{29}{6} \right)$	0.25
V 3.0đ	1	$u = (x, y, z) \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow f(u) = \theta$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -x + y - 3z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow x = z; y = 4z$	0.25
		$u = (z, 4z, z) = z(1, 4, 1)$	0.25
		$\text{Ker}(f) = \{u = z(1, 4, 1), z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$\{u = (1, 4, 1)\}$ đlitt do $u \neq \theta \Rightarrow \{u\}$ là c/s của $\text{Ker}(f)$ $\Rightarrow \dim \text{Ker}(f) = 1$	0.25
		$\dim(\text{Im}(f)) = \dim(\mathbb{R}^3) - \dim(\text{Ker}(f)) = 3 - 1 = 2$ $r(f) = \dim \text{Im } f = 2$	0.25
	2	$f(e_1) = (-1, -1); f(e_2) = (1, 0); f(e_3) = (-3, 1)$	0.5
		$\begin{cases} -3a_1 + b_1 = -1 \\ 2a_1 + 2b_1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 1/8 \\ b_1 = -5/8 \end{cases}$	0.25
		Tương tự $\begin{cases} a_2 = -1/4 \\ b_2 = 1/4 \end{cases}; \begin{cases} a_3 = 7/8 \\ b_3 = -3/8 \end{cases}$	0.25 0.25
		Mã trận của f: $\begin{bmatrix} 1/8 & -1/4 & 7/8 \\ -5/8 & 1/4 & -3/8 \end{bmatrix}$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần : Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 13
---	---

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.5đ	1 $\det(A) = -7a - 4$	0.5
	$\det(A) = 3$	0.25
	$A_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3; A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 3, A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -3, \dots$	0.75
	2 $\tilde{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -4 \\ 3 & 0 & 6 \\ -3 & 1 & -7 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{3} \tilde{A} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} \end{bmatrix}$	0.25 0.25
	$X = B.A^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & \frac{5}{3} & -\frac{35}{3} \\ 4 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ (Mỗi dòng 0.25 đ)	0.5
II 1.0đ	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & -2 & m & 6 \end{bmatrix}$	0.5 0.25
	$\xrightarrow{\substack{3h1-h2 \rightarrow h2 \\ 2h1-h3 \rightarrow h3}} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -7 & 4 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & 4 & 2-m & -4 \end{bmatrix}$	
	$\xrightarrow{h_2-h_3 \rightarrow h3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -7 & 4 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & m+1 & 3 \end{bmatrix}$	
	Hệ vô nghiệm khi và chỉ khi $m = -1$	0.25
III 3.0đ	1 $V \neq \emptyset$	0.25
	$u + v; ku$	0.25
	CM: $u + v \in V$	0.25
	CM: $ku \in V$	0.25

	2	$u = (x, y, z) \in W \Leftrightarrow x = 2y - z; y, z \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow u = (2y - z, y, z) = y(2, 1, 0) + z(-1, 0, 1)$ $\Rightarrow W = L\langle u_1 = (2, 1, 0); u_2 = (-1, 0, 1) \rangle$	0.25 0.25 0.25
		Chứng minh $\{u_1, u_2\}$ ĐLTT, suy ra $\{u_1, u_2\}$ là cơ sở. $\dim(W) = 2$	0.5 0.25
	3	G/s $v = x_1 u_1 + x_2 u_2$ $\Leftrightarrow (1; 3; 5) = x_1(2, 1, 0) + x_2(-1, 0, 1)$	0.25
		Giải hệ được tọa độ của v trong cơ sở trên: $(3; 5)$	0.25
IV 3.0đ	1	$\text{Ker} f = \{(x; y; z) \mid (x + 2y; y - z) = (0; 0)\}$ $(x + 2y; y - z) = (0; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y \\ z = y \end{cases}$ $\text{Ker} f = \{(-2y; y; y) \mid y \in \mathbb{R}\}$	0.25 0.25 0.25
		$f(1; 0; 0) = (1; 0), f(0; 1; 0) = (2; 1), f(0; 0; 1) = (0; -1)$ $\text{Im} f = L\langle (1; 0), (0; -1) \rangle$	0.5 0.25
	2	$f(u_1) = (1; 0), f(u_2) = (2; 0), f(u_3) = (1; -1)$ $(1; 0) = a.(1; 1) + b.(1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0.5 0.25
		$(2; 0) = a.(1; 1) + b.(1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$	0.25
		$(1; -1) = a.(1; 1) + b.(1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ a + 3b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$	0.25
		$A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 3 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & -1 \end{bmatrix}$	0.25
V 0.5đ		$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 2 - \lambda & 6 \\ 0 & -2 - \lambda \end{vmatrix} = (2 - \lambda)(-2 - \lambda)$ Giá trị riêng của ma trận A là $\lambda \in \{2; -2\}$.	0.25 0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần : Đại số tuyến tính Đáp án đề số : 14
---	--

(Ngày thi:)

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.5đ	1 $\det(A)=6b+4$	0.5
	$\det(A)=-2$	0.25
	$A_{11}=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}=-2; A_{12}=-\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}=-3,$	0.75
	$A_{13}=\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}=2,...$	
	2 $\tilde{A}=\begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 \\ -3 & 2 & -7 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix} \qquad A^{-1}=\frac{-1}{2}\tilde{A}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1,5 & -1 & 3,5 \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$	0.25 0.25
	$X=BA^{-1}=\begin{bmatrix} -5 & 3 & -13 \\ 5,5 & -3 & 10,5 \end{bmatrix}$ (mỗi dòng 0.25 đ)	0.5
II 1.0đ	$\overline{A}=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & m & -6 \end{bmatrix}$	0.5
	$\xrightarrow{\substack{3h1-h2\rightarrow h2 \\ 2h1-h3\rightarrow h3}}\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -7 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & -7 & 4 & -2-m & 10 \end{bmatrix}$	
	$\xrightarrow{h_2-h_3\rightarrow h3}\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -7 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & m-4 & -7 \end{bmatrix}$	0.25
	Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $m\neq 4$	0.25
III 3.0đ	1 $Q\neq \emptyset$	0.25
	$u+v; ku$	0.25
	CM: $u+v\in Q$	0.25
	CM: $ku\in Q$	0.25
	2 $u=(x,y,z)\in Q\Leftrightarrow x=y-3z, \ y,z\in\mathbb{R}$	0.25
	$\Leftrightarrow u=(y-3z,y,z)=y(1,1,0)+z(-3,0,1)$	0.25
	$\Rightarrow Q=L\langle u_1=(1,1,0);u_2=(-3,0,1)\rangle$	

			0.25
		Chứng minh $\{u_1,u_2\}$ ĐLTT, suy ra $\{u_1,u_2\}$ là cơ sở.	0.5
		$\dim(Q)=2$	0.25
	3	$G/s \quad v=x_1u_1+x_2u_2$ $\Leftrightarrow (-1;8;3)=x_1(1,1,0)+x_2(-3,0,1)$	0.25
		Giải hệ được tọa độ của v trong cơ sở trên: $(8;3)$	0.25
IV 3.0đ	1	$Kerf=\{(x;y;z) (x+3y;y-2z)=(0;0)\}$	0.25
		$(x+3y;y-2z)=(0;0)\Leftrightarrow \begin{cases} x=-6z \\ y=2z \end{cases}$	0.25
		$Kerf=\{(-6z;2z;z) z\in\mathbb{R}\}$	0.25
		$f(1;0;0)=(1;0), f(0;1;0)=(3;1); f(0;0;1)=(0;-2)$	0.5
		$Im\,f=L\langle(1;0),(3;1)\rangle$	0.25
	2	$f(u_1)=(4;1), f(u_2)=(3;1), f(u_3)=(1;-2)$	0.5
		$(4;1)=a.(1;1)+b(1;3)\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ a+3b=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=11/2 \\ b=-3/2 \end{cases}$	0.25
		$(3;1)=a.(1;1)+b(1;3)\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ a+3b=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \end{cases}$	0.25
		$(1;-2)=a.(1;1)+b(1;3)\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ a+3b=-2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=5/2 \\ b=-3/2 \end{cases}$	0.25
		$A=\begin{bmatrix} \frac{11}{2} & 4 & \frac{5}{2} \\ -\frac{3}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$	0.25
V 0.5đ		$\det(A-\lambda I)=\begin{vmatrix} -\lambda & -3 \\ 1 & 4-\lambda \end{vmatrix}=\lambda^2-4\lambda+3$	0.25
		Giá trị riêng của ma trận A là $\lambda\in\{1;3\}$.	0.25

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i> Loại đề thi: Không sử dụng tài l
Đề thi số: 15 Ngày thi:	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
2.0đ	$BA = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 6 \end{bmatrix}$	0.5
	$\text{Det}A = 16$	0.25
	$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -18 & -10 & 4 \\ 10 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$	1.0
	3 số đúng đc 0.25đ, chuyển vị 0.25đ $A^{-1} = \begin{bmatrix} -9/8 & -5/8 & 1/4 \\ 5/8 & 1/8 & -1/4 \\ 1/8 & 1/8 & 1/4 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.0đ	$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -8 \end{bmatrix}$	0.25
		0.5
	$\rightarrow r(V) = r(A) = 3$	0.25
III 2.5đ	CM $S \neq \Phi$	0.25
	$u + v \in S$	0.25
	$\lambda u \in S$	0.25
	$\Rightarrow S$ là kgvt con của \mathbb{R}^3	0.25
	$u = (x; y; z) \in S \Leftrightarrow y = -2x + 3z$	0.25
	$S = \{u = (x; -2x + 3z; z) / x, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
IV 3.0đ	$= \{u = x(1; -2; 0) + y(0; 3; 1) / x, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
	Hệ $U = \{u_1 = (1; -2; 0); u_2 = (0; 3; 1)\}$ là 1 hệ sinh của S	0.25
	Hệ U là hệ đltt vì $u_1 \neq ku_2$,	0.25
	Vậy U là 1 cơ sở của S	0.25
IV 3.0đ	$\dim S = 2$	0.25
	$v_1 = f(e_1) = (2; 1; 1); v_2 = f(e_2) = (0; 0; 0);$	0.75
	$v_3 = f(e_3) = (0; 1; -1)$	0.25
	$\text{Im}f = \text{span}(v_1; v_2; v_3) = \text{span}(v_1; v_3)$	0.25

	2	$v_1 \neq kv_3 \Rightarrow \{v_1; v_3\}$ đltt	0.25
		$\Rightarrow \{v_1; v_3\}$ là một cơ sở của $\text{Im} f$ và	0.25
		$r(f) = \dim \text{Im} f = 2$	0.5
		Ta có $f(u_1) = u_1 + u_3; f(u_2) = u_1 - u_3; f(u_3) = 2u_1$	0.75
V 1.5đ		Ma trận của a/x là $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
			0.25
		Viết đúng $A - 4I = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -3 & -9 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
		$\det(A - 4I) = 0$	0.25
		$\lambda = 4$ véc tơ riêng là nghiệm khác 0 của hệ sau:	0.25
		$\begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -3 & -9 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.25
		$\bar{A} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 & 0 \\ -3 & -9 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 12 & 4 & 0 \\ 0 & 6 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
		$\Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ z = -3y; y \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow VTR: v = (-y; y; -3y)^t; y \neq 0$	0.25
		hoac $v = (-y; y; -3y); y \neq 0$	0.25

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i> Loại đề thi: Không sử dụng tài l
Đề thi số: 16 Ngày thi:	

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
2.0đ	$BA = [3 \quad -7 \quad 10]$	0.5
	$\text{Det}A = 16$	0.25
	$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -17 & 9 & 6 \\ -9 & 1 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$	1.0
	3 số đúng đc 0.25đ, chuyển vị 0.25đ $A^{-1} = \begin{bmatrix} -17/16 & 9/16 & 3/8 \\ -9/16 & 1/16 & 3/8 \\ 1/8 & -1/8 & 1/4 \end{bmatrix}$	0.25
II 1.0đ	$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 6 \end{bmatrix}$	0.25
		0.5
	$\rightarrow r(V) = r(A) = 3$	0.25
III 2.5đ	CM $S \neq \Phi$	0.25
	$u + v \in S$	0.25
	$\lambda u \in S$	0.25
	$\Rightarrow S$ là kgvt con của \mathbb{R}^3	0.25
	$u = (x; y; z) \in S \Leftrightarrow z = -3x + 2y$	0.25
	$S = \{u = (x; y; -3x + 2y) / x, y \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$= \{u = x(1; 0; -3) + y(0; 1; 2) / x, y \in \mathbb{R}\}$	0.25
IV 3.0đ	Hệ $U = \{u_1; u_2\}$ là 1 hệ sinh của S .	0.25
	Hệ U là hệ đltt vì $u_1 \neq ku_2$,	0.25
	Vậy U là 1 cơ sở của S	0.25
	$\dim S = 2$	0.25
IV 3.0đ	$v_1 = f(e_1) = (1; 0; 1); v_2 = f(e_2) = (-1; 2; 1);$ $v_3 = f(e_3) = (0; 0; 0)$	0.75
	$\text{Im}f = \text{span}(v_1; v_2; v_3) = \text{span}(v_1; v_2)$	0.25

	$v_1 \neq kv_2 \Rightarrow \{v_1; v_2\}$ đltt	0.25
	$\Rightarrow \{v_1; v_2\}$ là một cơ sở của $\text{Im} f$	0.25
	và $r(f) = \dim \text{Im} f = 2$	
	$f(u_1) = (0; 2; 2); f(u_2) = (-1; 2; 1); f(u_3) = (1; 0; 1)$	0.5
	Ta có $f(u_1) = 2u_2; f(u_3) = u_3$	0.5
2	Giả sử $f(u_2) = a_1u_1 + a_2u_2 + a_3u_3$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + a_3 = -1 \\ a_1 + a_2 = 2 \\ a_2 + a_3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = -1$	0.25
	Ma trận của a/x là $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	0.25
V 1.5đ	Viết đúng $A - 4I = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 3 & -9 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
	$\det(A - 4I) = 0$	0.25
	$\lambda = 4$ véc tơ riêng là nghiệm khác 0 của hệ sau:	
	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 3 & -9 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.25
	$\bar{A} = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 3 & 0 \\ 3 & -9 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -3 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & -12 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
	$\Rightarrow \begin{cases} x = y \\ z = 2y; y \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \text{VTR} : v = (y; y; 2y)^t; y \neq 0$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN Đáp án đề thi số: 17	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
--	--

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án văn tắt	Điểm
I 3.5đ	1	$\det A = -3x + 15$
		0.5
		$r(A) < 3 \Leftrightarrow \det A = 0 \Leftrightarrow x = 5$
		0.25
	2	Với $x = 5$, ma trận A có $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -14 \neq 0 \Rightarrow r(A) = 2$
		0.25
		Với $x = 2 \Rightarrow \det A = 9 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$
		0.25
		$A^* = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -3 & 1 & 7 \\ 6 & -2 & -5 \end{pmatrix}$
		1.0
		Tính đúng mỗi dòng đc 0,25đ, chuyển vị 0,25 đ
		$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/9 & -4/9 \\ -1/3 & 1/9 & 7/9 \\ 2/3 & -2/9 & -5/9 \end{pmatrix}$
		0.25
3	Với $x = 5 \Rightarrow A \cdot X = \theta \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
		$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 14 & 7 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
		0.25
		$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ he } \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y + 2z = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$
		0.25
II 3.0đ	1,5	$\{u_1; u_2\}$ đltt do $u_1 \neq ku_2$ hoặc cm bằng định nghĩa.
		0.5
		$\dim \mathbb{R}^2 = 2$, U gồm 2 vectơ đltt nên U là cs của \mathbb{R}^2
		0.5

III 3.5đ	1	$v = c_1 u_1 + c_2 u_2 = c_1(-1; 2) + c_2(2; 1) = (3; 1)$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} -c_1 + 2c_2 = 3 \\ 2c_1 + c_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = -1/5 \\ c_2 = 7/5 \end{cases} \quad v_{[v]} = \begin{pmatrix} -1/5 \\ 7/5 \end{pmatrix}$	0.25
		Đk $x + 3y - 3z = 0 \Leftrightarrow x = -3y + 3z$	0.25
		$\Rightarrow W = \{u = (-3y + 3z; y; z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$\Rightarrow W = \{u = (-3y; y; 0) + (3z; 0; z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	0.25
		$W = \{y(-3; 1; 0) + z(3; 0; 1) \mid y, z \in \mathbb{R}\} \quad (1)$	0.25
	2	$\Rightarrow U = \{u_1 = (-3; 1; 0), u_2 = (3; 0; 1)\}$ là hệ sinh của W .	0.25
		Vì $u_1 \neq ku_2$ nên U đltt (2)	0.25
		Từ (1) & (2) $\Rightarrow U = \{u_1, u_2\}$ là một cơ sở của W .	0.25
		$\Rightarrow \dim W = 2$	0.25
	1	$f(3u + v) = 3f(u) + f(v)$	0.25
		$= 3(5; 2) + (-3; 1) = (12; 7)$	0.25
	2	$\text{Im } f = L\{f(e_1); f(e_2); f(e_3); f(e_4)\} = L\{v_1; v_2; v_3; v_4\}$	0.25
		với $v_1 = (1; 1); v_2 = (-1; 0); v_3 = (1; -4); v_4 = (0; 0)$	0.5
		$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow r(A) = 2 \Rightarrow r(f) = \dim \text{Im } f = 2$	0.25
	3	Vì $v_1 \neq kv_2$ nên $\{v_1, v_2\}$ đltt	0.25
		Do $\dim \text{Im } f = 2$ nên $\{v_1, v_2\}$ là một cơ sở của $\text{Im } f$	0.25
	3	$f(u_1) = (0; 1); f(u_2) = (2; 2);$ $f(u_3) = (0; -4); f(u_4) = (0; 0)$	0.5
		$f(u_1) = -\frac{1}{2}v_1 + \frac{1}{2}v_2$; $f(u_2) = v_1 + v_2$ $f(u_3) = 2v_1 - 2v_2$; $f(u_4) = 0v_1 + 0v_2$ Cho điểm 3 vectơ đầu mỗi cái 0.25đ	0.75
		$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	0.25

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN BỘ MÔN TOÁN Đáp án đề thi số: 18 Ngày thi:	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính
---	--

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 3.5đ	$\det A = 3x - 3$	0.5
	$r(A) < 3 \Leftrightarrow \det A = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0.25
	Với $x = 1$, ma trận A có $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -6 \neq 0 \Rightarrow r(A) = 2$	0.25
	Với $x = 2 \Rightarrow \det A = 3 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$	0.25
	$A^* = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -6 \end{pmatrix}$	1.0
	Tính đúng mỗi dòng đc 0,25đ, chuyển vị 0,25 đ	
	$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* = \begin{pmatrix} -2/3 & 4/3 & 1 \\ -1/3 & 2/3 & 1 \\ 4/3 & -5/3 & -2 \end{pmatrix}$	0.25
	Với $x = 1 \Rightarrow A \cdot X = \theta \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ he } \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ z = -2x, x \in \mathbb{R} \end{cases}$	0.25
II 3.0đ	$\{u_1; u_2\}$ đltt do $u_1 \neq ku_2$ hoặc cm bằng định nghĩa.	0.5
	$\dim \mathbb{R}^2 = 2$, U gồm 2 vector đltt nên U là cs của \mathbb{R}^2	0.5

III 3.5đ	$v = c_1 u_1 + c_2 u_2 = c_1(-1; 3) + c_2(3; 1) = (2; 1)$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -c_1 + 3c_2 = 2 \\ 3c_1 + c_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 1/10 \\ c_2 = 7/10 \end{cases} \Rightarrow v_{[v]} = \left(\frac{1}{10}; \frac{7}{10} \right)$	0.25
	Đk $3x + 2y - z = 0 \Leftrightarrow z = 3x + 2y$	0.25
	$\Rightarrow W = \{u = (x; y; 3x + 2y) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$	
	$\Rightarrow W = \{u = (x; 0; 3x) + (0; y; 2y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$	0.25
	$W = \{x(1; 0; 3) + y(0; 1; 2) \mid x, y \in \mathbb{R}\} \quad (1)$	0.25
	$\Rightarrow U = \{u_1 = (1; 0; 3), u_2 = (0; 1; 2)\}$ là hệ sinh của W .	0.25
	Vì $u_1 \neq ku_2$ nên U đltt (2)	
	Từ (1) & (2) $\Rightarrow U = \{u_1, u_2\}$ là một cơ sở của W .	0.25
	$\Rightarrow \dim W = 2$	0.25
III 3.5đ	1 $f(3u + v) = 3f(u) + f(v)$	0.25
	$= 3(-1; 2) + (4; 1) = (1; 7)$	0.25
	2 $\text{Im } f = L\{f(e_1); f(e_2); f(e_3); f(e_4)\} = L\{v_1; v_2; v_3; v_4\}$	0.25
	với $v_1 = (1; 1); v_2 = (-1; 0); v_3 = (0; 0); v_4 = (1; -2)$	0.5
	$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow r(A) = 2 \Rightarrow r(f) = \dim \text{Im } f = 2$	0.25
	Vì $v_1 \neq kv_2$ nên $\{v_1, v_2\}$ đltt	0.25
	Do $\dim \text{Im } f = 2$ nên $\{v_1, v_2\}$ là một cơ sở của $\text{Im } f$	0.25
	3 $f(u_1) = (0; 1); f(u_2) = (2; 2);$ $f(u_3) = (0; 0); f(u_4) = (1; -2)$	0.5
	$f(u_1) = \frac{1}{2}v_1 + \frac{1}{2}v_2; f(u_2) = 3v_1 + v_2$	
	$f(u_3) = 0v_1 + 0v_2; f(u_4) = 0v_1 - v_2$	0.75
	$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 3 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	
		0.25

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN Đề số: 19 Ngày thi:	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i> Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu
---	---

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm	
I 2.5 đ	1 $A' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad 2A' = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 10 \\ 0 & 8 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} 5 \\ 13 \\ 7 \end{bmatrix}$	0.25+ 0.25 0.5	
	2 $\det A = -25 \neq 0 \Rightarrow$ mt A khả nghịch Mt phụ hợp của mt A là: $A^* = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ 10 & -5 & -5 \\ -21 & -2 & 8 \end{pmatrix}$ (mỗi 3 pt đúng 0.25đ, viết đúng ma trận phụ hợp 0.25đ) $A^{-1} = -\frac{1}{25} A^* = \begin{bmatrix} 2/25 & -1/25 & 4/25 \\ -2/5 & 1/5 & 1/5 \\ 21/25 & 2/25 & -8/25 \end{bmatrix}$	0.25 1.0 0.25	
	II 1.5	3 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow[h3-h1]{h2-2h1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & -4 & 3 & -3 \\ 0 & -6 & -8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	0.25 0.5
		$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & -4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 7 \end{pmatrix}$	0.25
Nghiệm hệ $\left(-\frac{4}{3}z + 8; -\frac{4}{3}z - 6; z; -7 \right)$		0.5	

II 3.0 đ	1	$x - 3y + z - 2t = 0 \Leftrightarrow x = 3y - z + 2t$ $u = (x, y, z, t) \in S \Rightarrow u = (3y - z + 2t, y, z, t)$ $= y(3, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + t(2, 0, 0, 1)$	0.25 0.25 0.25
		$U = u_1 = (3, 1, 0, 0); u_2 = (-1, 0, 1, 0); u_3 = (2, 0, 0, 1)$ là hệ sinh của S. U độc lập tuyến tính, suy ra U là cơ sở của S Dim(S) = 3	0.25 0.25
	2	Đề u thuộc S thì $0 - 3.1 + (m + 1) - 2m = 0 \Leftrightarrow m = -2$ Với $m = -2$: $u = 0, 1, -1, -2$ $GS \ u = xu_1 + yu_2 + zu_3$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x = 1 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases}$	0.5 0.25 0.25 0.25
		Vậy tọa độ của u trong cơ sở trên là (1; -1; -2)	0.25
	1	$u(2, -1)$ thuộc Im(f) vì $f(1, 1) = u$	0.25
	2	$Ker(f) = u = (x, y) \mid f(u) = 0$ $= u = (x, y) \mid 2x - 4y = 0, -x + 2y = 0$ $= u = (x, y) \mid x = 2y$ $= \{u = (2y, y) \mid y \in \mathbb{R}\} = span\{(2, 1)\}$	0.25 0.25 0.25 0.25
IV 3.5 đ	3	$f(u_1) = (2, -1); f(u_2) = (-2, 1)$	0.5
		$f(u_1) = 3u_1 - u_2; f(u_2) = -3u_1 + u_2$	0.5
		Ma trận của f trong cơ sở U là $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	0.25
		$\det(A - \lambda I) = \lambda^2 - 4\lambda$ MT có 2 giá trị riêng là 0 ; 4	0.25 0.25

HỌC VIỆN NÔNG NGHIỆP VN KHOA CNTT – BỘ MÔN TOÁN Đề số: 20 Ngày thi:	ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Tên học phần: Đại số tuyến tính Thời gian làm bài: 75 phút Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu
---	--

Ghi chú : Mọi cách giải khác đáp án mà đúng đều được đủ điểm.

Câu	Đáp án vắn tắt	Điểm
I 2.5 đ	1 $A' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ \color{red}{0} & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad 2A' = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 10 \\ 2 & 8 & 2 \\ \color{red}{0} & 4 & 0 \end{pmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} \color{red}{4} \\ 15 \\ 7 \end{bmatrix}$	0.25+ 0.25 0.5
	2 $\det A = 6 \neq 0 \Rightarrow$ mt A khả nghịch Mt phụ hợp của mt A là: $A^* = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 10 & 0 & -4 \\ -21 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ (mỗi 3 pt đúng 0.25đ, viết đúng ma trận phụ hợp 0.25đ) $A^{-1} = \frac{1}{6} A^* = \begin{bmatrix} -1/3 & 0 & 1/3 \\ 5/3 & 0 & -2/3 \\ -7/2 & 1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$	0.25 1.0 0.25
	3 $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & -4 & 4 & -4 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow[h3-h1]{h2-2.h1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & -6 & 5 & -8 & 1 \end{pmatrix}$	0.25 0.5
	$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$	0.25
II 1.5	$\text{Nghiệm hệ } \left(-\frac{4}{3}t + 8; -\frac{4}{3}t - 6; -7; t \right)$	0.5

II 3.0 đ	1	$x - 5y + z - 2t = 0 \Leftrightarrow x = 5y - z + 2t$	0.25
		$u = (x, y, z, t) \in S \Rightarrow u = (5y - z + 2t, y, z, t)$ $= y(5, 1, 0, 0) + z(-1, 0, 1, 0) + t(2, 0, 0, 1)$	0.25 0.25
		$U = u_1 = (5, 1, 0, 0); u_2 = (-1, 0, 1, 0); u_3 = (2, 0, 0, 1)$ là hệ sinh của S.	0.25
		U độc lập tuyến tính, suy ra U là cơ sở của S Dim(S) = 3	0.25 0.25
	2	Để u thuộc S thì $0 - 5.1 + (m + 1) - 2m = 0 \Leftrightarrow m = -4$	0.5
		Với $m = -4$: $u = 0, 1, -3, -4$ $GS \ u = xu_1 + yu_2 + zu_3$	0.25 0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - y + 2z = 0 \\ x = 1 \\ y = -3 \\ z = -4 \end{cases}$ Vậy tọa độ của u trong cơ sở trên là (1; -3; -4)	0.25 0.25
IV 3.5 đ	2	1 $u(-4, 2)$ thuộc Im(f) vì $f(1, 1) = u$	0.25
		$Ker(f) = u = (x, y) \mid f(u) = 0$	0.25
		$= u = (x, y) \mid 2x - 6y = 0, -x + 3y = 0$	0.25
		$= u = (x, y) \mid x = 3y$ $= \{u = (3y, y) \mid y \in \mathbb{R}\} = span\{(3, 1)\}$	0.25 0.25
	3	$f(u_1) = (2, -1); f(u_2) = (-4, 2)$	0.5
		$f(u_1) = 3u_1 - u_2; f(u_2) = -6u_1 + 2u_2$	0.5
		Ma trận của f trong cơ sở U là $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	0.25
		$\det(A - \lambda I) = \lambda^2 - 5\lambda$ MT có 2 giá trị riêng là 0 ; 5	0.25 0.25